

# 基于欠定方程的频谱峰值搜索算法 及其在连续毫米波雷达系统中的应用

陈兵兵<sup>1,2</sup>, 曹欣远<sup>1,2</sup>, 陈明生<sup>1,2</sup>, 齐琦<sup>1,2</sup>, 况晓静<sup>1,2</sup>, 吴先良<sup>3</sup>, 陈辉<sup>4</sup>

(1. 合肥师范学院电子信息与电气工程学院, 安徽合肥 230601; 2. 电子信息系统仿真设计安徽省重点实验室, 安徽合肥 230601;  
3. 安徽大学, 安徽合肥 230601; 4. 国网合肥供电公司, 安徽合肥 230002)

**摘 要:** 现有谱峰搜索算法在应用于连续毫米波雷达后端中频信号处理时, 或计算量较大, 或精度不高. 本文针对该问题, 提出一种可有效提取信号峰值频率信息的快速算法, 进而实现连续毫米波雷达的快速准确测速测距. 该算法借助压缩感知原理, 通过构建欠定方程, 并计算少量内积, 实现高效捕捉信号频率值. 数值结果表明, 此算法具有运算量小、计算精度高等特点, 可为当今智能交通领域中的高精度测速测距提供一种快速解决方案.

**关键词:** 连续毫米波雷达; 欠定方程; 中频信号处理; 谱峰搜索; 快速傅里叶变换; 压缩感知

**中图分类号:** TN957.51      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2020)02-0369-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.02.020

## A Spectral Peak Search Algorithm Based on Underdetermined Equation and Its Application in Continuous Millimeter Wave Radar System

CHEN Bing-bing<sup>1,2</sup>, CAO Xin-yuan<sup>1,2</sup>, CHEN Ming-sheng<sup>1,2</sup>,  
QI Qi<sup>1,2</sup>, KUANG Xiao-jing<sup>1,2</sup>, WU Xian-liang<sup>3</sup>, CHEN Hui<sup>4</sup>

(1. Hefei Normal University, Hefei, Anhui 230601, China;

2. Anhui Province Key Laboratory of Simulation and Design for Electronic Information System, Hefei, Anhui 230601, China;

3. Anhui University, Hefei, Anhui 230601, China; 4. State Grid Hefei Power Supply Company, Hefei, Anhui 230002, China)

**Abstract:** Aiming at the problems existing in the application of existing peak search algorithm to back-end IF (Intermediate Frequency) signal processing of continuous millimeter wave radar, such as heavy computation, low precision, a fast algorithm to extract the peak of signal frequency information is proposed, by which high-efficiency and high-precision measurements of the speed and distance for continuous millimeter wave radar is realized. By means of the principle of compressed sensing, an underdetermined equation is constructed in the algorithm, and with a few inner product, the frequency corresponding to the actual spectral peak of the intermediate frequency signal is captured at a low computational complexity level. Numerical results show that the algorithm can obtain an accurate calculation result with small calculation amount, thus providing a fast solution for high-precision speed measurement and ranging in the field of intelligent transportation.

**Key words:** continuous millimeter wave radar; underdetermined equation; intermediate frequency signal processing; spectral peak search; fast Fourier transform; compressed sensing

### 1 引言

连续毫米波雷达凭借其发射功率小、无距离盲区等优点, 在智能交通领域得到了广泛应用<sup>[1,2]</sup>. 影响连续毫米波雷达测量精度的最核心因素在于能否准确提

取中频信号的峰值频率, 但由于无论是单频连续波 (Continuous Wave, CW) 雷达还是调频连续波 (Frequency Modulated Continuous Wave, FMCW) 雷达, 都是利用数字信号处理器进行傅里叶变换, 离散频谱所固有的栅栏效应便会导致测量误差的产生.

收稿日期: 2019-01-08; 修回日期: 2019-03-11; 责任编辑: 覃怀银

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 61701163); 安徽省重点研究与开发计划项目 (No. 201904a05020061); 安徽省自然科学基金 (No. 1808085MF167, 1908085QF257); 安徽高校省级自然科学研究重点项目 (No. KJ2018A0488)

为削弱栅栏效应对连续毫米波雷达测距、测速精度的影响,研究者们提出了一系列频谱细化分析与校正方法<sup>[3,4]</sup>.其中,在工程领域较为常用的有 Chirp Z 变换(Chirp Z Transform, CZT)法<sup>[5]</sup>、基于复调制的 Zoom-FFT 法<sup>[6]</sup>、FFT 与 DTFT 结合法<sup>[7]</sup>、采样序列补零法<sup>[8]</sup>、能量重心校正法<sup>[9]</sup>等.

众所周知,为获取更为准确的频谱信息,最直接有效的方法是增加信号的采样长度,而采样长度的增加通常会导致计算量和时间开销的迅速增大,影响系统的实时性.正因为如此,目前在连续毫米波雷达系统中常用的频谱细化技术一般都建立在采样点数固定的前提下.如何在增加中频信号采样长度的同时,以低运算量快速捕捉谱峰频率是一个具有重要意义的研究课题.本文提出一种基于欠定方程的频谱峰值搜索算法,该算法借助压缩感知(Compressed Sensing, CS)<sup>[10,11]</sup>原理,以 FFT 粗测结果为先验知识,通过向后采样、内积比较的迭代计算,实现低运算复杂度下中频信号实际峰值频率的精确测量.

## 2 算法分析

### 2.1 欠定方程模型

以 CW 雷达对单目标测速为例,算法中欠定方程模型的构建和求解原理分析如下:

假设:①中频信号频谱的真实峰值频点为  $f_m$ ;②当离散频谱的分辨率为  $f_s/N$  时捕获不到  $f_m$ ;③当频谱分辨率细化至  $f_s/(N+N')$  时(即采样点数增加至  $N+N'$  时)  $f_m$  可被捕获,记此时中频信号经 A/D 采样后的时域序列及其离散频谱分别为  $b, x$ , 则  $x = \text{DFT}[b]$  或  $x = \text{FFT}[b]$ , 表示为矩阵形式即

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}_{\text{FFT}} \mathbf{b}, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{A}_{\text{FFT}}$  为 FFT 基,  $\mathbf{b}$  和  $\mathbf{x}$  分别为采样序列及其离散频谱的列向量表示. 根据 FFT 基的正交性, 式(1)亦可改写为

$$\mathbf{A}_{\text{FFT}}^T \mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad (2)$$

理想情况下(不考虑噪声干扰), 在应用 CW 雷达对单目标测速时, 若对中频信号的采样恰好满足整周期截断, 则  $\mathbf{x}$  将为一稀疏度  $K=3$  的稀疏列向量(即仅有 3 个非零值, 如不计直流分量则  $K=2$ ); 若非整周期截断, 将发生频谱泄漏, 当  $N'$  足够大时(或加窗处理后), 亦可将  $\mathbf{x}$  近似看作稀疏信号.

基于式(2), 可构建如下形式欠定方程:

$$\mathbf{A}_p \mathbf{x} = \mathbf{b}_p, \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{A}_p$  由对  $\mathbf{A}_{\text{FFT}}^T$  按行随机抽取所得,  $\mathbf{b}_p$  由对  $\mathbf{b}$  作对应抽取生成. 若将  $\mathbf{A}_p$  视为 CS 观测矩阵,  $\mathbf{b}_p$  即是稀疏信号  $\mathbf{x}$  的观测结果. 根据 CS 基本理论, 观测矩阵需满足约束等距条件(Restricted Isometry Property, RIP)<sup>[12]</sup>, 而拓普

利兹矩阵和准拓普利兹性矩阵均能满足 RIP<sup>[13,14]</sup>, 傅里叶基及部分傅里叶基则属于天然的拓普利兹矩阵<sup>[15]</sup>, 故  $\mathbf{A}_p$  能够满足 CS 对观测矩阵的要求.

在 CS 算法框架中, 当具有稀疏解的欠定方程构造完毕后, 通常将利用恢复算法(如正交匹配追踪<sup>[16]</sup>、基追踪<sup>[17]</sup>等)来求解一个最优化问题, 从而实现对原始信号的精确重构. 以正交匹配追踪为例, 其重构过程可简单归纳为: 通过每次将残差(首次迭代时残差即观测结果)与观测矩阵中的列做内积来依次判定待重构稀疏信号的各大值元素所在位置, 再应用最小二乘法对已确定位置的大值元素值进行求解(待重构信号中其余元素均为 0), 进而计算欠定方程等号左右两端的新残差, 如此迭代直至残差小于既定阈值时停止计算, 完成重构. 而在对 CW 雷达测速系统的中频信号进行分析时, 由于只需捕捉其频谱峰值所对应的频点值  $f_m$ , 故不同于完整的 CS 恢复过程, 对于式(3), 只需要通过比较  $\mathbf{b}_p$  和  $\mathbf{A}_p$  各列的内积结果大小, 从而找到  $\mathbf{x}$  中最大非零元素所在位置(记作  $K_0$ )即可, 无需真正重构  $\mathbf{x}$ , 便可得

$$f_m = \frac{f_s}{N+N'} \cdot (K_0 - 1), \quad (4)$$

进而获取目标的速度信息. 另外, 由于实信号的 FFT 频谱有正、负频率两个分量, 它们对称于  $f_s/2$ , 故  $\mathbf{A}_p$  中参与内积比较的列仅取第  $2 \sim (N+N')/2$  列范围.

特别值得指出的一点是, 尽管上述分析建立在  $\mathbf{x}$  稀疏的基础上, 大量实验表明, 当  $\mathbf{x}$  非稀疏时(如中频信号的频谱含噪声基底时), 该计算模型仍然能以高概率捕获频谱的真实峰值所对应频点. 这主要是因为其并非严格意义上的 CS 计算(不要求对  $\mathbf{x}$  进行重构), 只是通过将  $\mathbf{A}_p$  的列与  $\mathbf{b}_p$  做内积来确定  $\mathbf{x}$  中最大非零元素位置, 因此,  $\mathbf{x}$  本身是否稀疏对该方法不构成本质影响, 即使  $\mathbf{x}$  非稀疏亦无需额外引入稀疏变换.

以上以 CW 雷达测速系统为例, 介绍了欠定方程模型的基本原理. 对于 FMCW 雷达测距测速系统, 原理类似(如三角波调制下对单目标测速测距, 区别仅在于需捕捉的频点数变为 2——上升沿 1 个、下降沿 1 个), 此处不再赘述.

### 2.2 算法具体步骤

2.1 小节的分析基于频谱分辨率已细化至可包含  $f_m$  的前提, 而在实际应用连续毫米波雷达测速测距时, 无法事先预知该分辨率(即式(4)中  $N+N'$  无法预先确定), 尽管 CZT 等技术可以从计算分辨率的角度进行频谱细化, 但其并不能从根本上提高频谱的物理分辨率; 同时, 为获取  $K_0$ (见式(4)), 需要将式(3)中  $\mathbf{b}_p$  与  $\mathbf{A}_p$  的前一半列一一内积, 运算量大. 为此, 如图 1 所示, 本文所提算法在构造欠定方程的基础上, 采用了“由粗到细”的分步迭代策略.

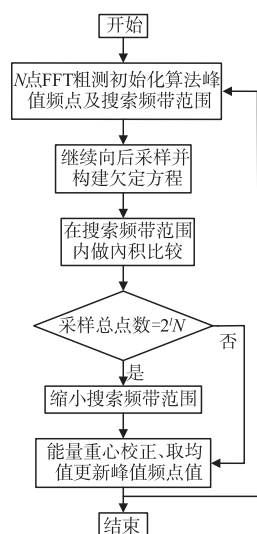


图1 算法流程图

仍以 CW 雷达对单目标测速为例,具体步骤如下:

(1)  $N$  点 FFT 粗测.

对中频信号进行  $N$  点采样及  $N$  点 FFT, 获取“粗略”频谱, 找到其前半段的峰值频率(记作  $f_{m0}$ ), 初始化算法的峰值频点值(记作  $f_m^{CS}$ , 即令  $f_m^{CS} = f_{m0}$ ) 和搜索频带范围(记作  $S, S = (f_{m0} - f_s/N, f_{m0} + f_s/N)$ ).

(2) 频谱峰值位置的第一次更新.

①保留已采  $N$  点序列, 对中频信号继续向后采样并构建欠定方程.

假设向后采样点数为  $N_1$  (为确保算法实时性, 一般令  $N_1 \ll N$ ), 则所构建欠定方程可表示为

$$[\mathbf{A}_p]_{M \times (N+N_1)} [\mathbf{x}]_{(N+N_1) \times 1} = [\mathbf{b}_p]_{M \times 1}, \quad (5)$$

其中,  $[\mathbf{A}_p]_{M \times (N+N_1)}$  由对  $N + N_1$  维傅里叶反变换基随机抽取  $M$  行生成,  $[\mathbf{b}_p]_{M \times 1}$  则由对  $N + N_1$  点采样序列  $[\mathbf{b}]_{(N+N_1) \times 1}$  做对应抽取所得,  $[\mathbf{x}]_{(N+N_1) \times 1}$  即 DFT  $[[\mathbf{b}]_{(N+N_1) \times 1}]$ .

②以 FFT 所得频谱作为先验信息, 在指定频带( $S$ ) 内做内积比较.

若在新频谱分辨率  $f_s/(N + N_1)$  下  $f_{m0}$  点未被覆盖, 则  $\mathbf{A}_p$  中仅取对应于  $(f_{m0} - f_s/N, f_{m0} + f_s/N)$  范围内的相邻两列(假设为第  $K_1, K_2$  列, 分别记作  $\mathbf{A}_{pK1}, \mathbf{A}_{pK2}$ ) 与  $\mathbf{b}_p$  内积, 选择模值较大者保留(记作  $\Lambda$ ), 即

$$\Lambda = \max(|\langle \mathbf{A}_{pK1}, \mathbf{b}_p \rangle|, |\langle \mathbf{A}_{pK2}, \mathbf{b}_p \rangle|). \quad (6)$$

若在新频谱分辨率  $f_s/(N + N_1)$  下  $f_{m0}$  点被覆盖到, 则  $\mathbf{A}_p$  中将有相邻的 3 列(分别对应于  $f_{m0} - f_s/(N + N_1), f_{m0}, f_{m0} + f_s/(N + N_1)$ ) 参与内积比较, 假设记作  $\mathbf{A}_{pK1}, \mathbf{A}_{pK2}, \mathbf{A}_{pK3}$ , 则

$$\Lambda = \max(|\langle \mathbf{A}_{pK1}, \mathbf{b}_p \rangle|, |\langle \mathbf{A}_{pK2}, \mathbf{b}_p \rangle|, |\langle \mathbf{A}_{pK3}, \mathbf{b}_p \rangle|) \quad (7)$$

③引入能量重心校正原理, 更新算法峰值频点值  $f_m^{CS}$ .

以  $\Lambda$  所对应频点(记作  $f_A$ , 该点处能量即认为是  $\Lambda^2$ ) 为中心, 取  $f_A - f_s/(N + N_1), f_A, f_A + f_s/(N + N_1)$  三点作能量重心校正(记校正后的频点值为  $f_{A1}$ ), 完成  $f_m^{CS}$  的一次更新(即  $f_m^{CS} = f_{A1}$ ).

④频谱峰值位置的持续迭代更新.

继续向后采样, 基于欠定方程在指定频带范围( $S = (f_{m0} - f_s/N, f_{m0} + f_s/N)$ ) 内作内积比较、能量重心校正(记此次校正后的频点值为  $f_{A2}$ ), 并与  $f_m^{CS}$  的第一次更新结果取均值, 完成的二次更新(即  $f_m^{CS} = (f_{A1} + f_{A2})/2$ );

类似于  $f_m^{CS}$  的第二次更新过程,  $f_m^{CS}$  的第三次更新结果即可表示为  $f_m^{CS} = (f_{A1} + f_{A2} + f_{A3})/3$ ; 以此类推.

⑤缩小算法的搜索频带范围, 继续对频谱峰值位置进行迭代更新.

当采样总点数达到  $2N$  时, 频谱分辨率为 FFT 所得谱线间隔的一半, 此时可依据内积比较结果将算法的搜索频带范围对应缩小一倍, 而后的迭代过程即可参照新频带范围进行计算(具体来说, 当总采样点数为  $2N$  时,  $\mathbf{A}_p$  中参与内积比较的三列即对应于  $f_{m0} - f_s/2N, f_{m0}, f_{m0} + f_s/2N$  三个频点, 若  $\mathbf{b}_p$  在  $f_{m0}$  所对应列投影最大, 则缩小频带范围至  $(f_{m0} - f_s/2N, f_{m0} + f_s/2N)$ ; 若  $\mathbf{b}_p$  在  $f_{m0} - f_s/2N$  所对应列投影最大, 则缩小频带范围至  $(f_{m0} - f_s/N, f_{m0})$ ; 若  $\mathbf{b}_p$  在  $f_{m0} + f_s/2N$  所对应列投影最大, 则缩小频带范围至  $(f_{m0}, f_{m0} + f_s/N)$ ).

当采样总点数达  $4N, 8N, 16N \dots$  时, 可依次类推.

综上, 随着采样点数的逐渐增多, 由本文所提算法计算的峰值频点将不断逼近中频信号的真实峰值频点  $f_m$ .

### 2.3 算法复杂度分析

由 2.2 可见, 本文所提算法的运算量主要由“频谱粗估计”和“迭代逼近”两部分构成.

仍以 CW 雷达对单目标测速为例,  $N$  点 FFT 的计算复杂度为  $O(N \log 2N)$ ; 算法迭代过程的计算量则主要由内积运算构成, 第  $i$  次迭代时, 内积运算的乘法次数为  $3M_i$  (其中  $M_i$  表示随机抽取行数). 因此, 算法总的计算复杂度可近似表示为  $O(N \log 2N + \sum_i 3M_i)$ .

对于 FMCW 雷达测距测速系统(仍以单目标探测为例), 如其工作在锯齿波调制模式下(只测距), 应用本文所提算法计算的复杂度则与 CW 雷达的情况一致; 如工作在三角波调制模式下(同时测速、测距), 即意味着需捕捉两处频谱峰值频点(上升沿 1 处、下降沿 1 处), 故算法总复杂度近似等于  $O(N \log_2 N + \sum_i 6M_i)$ .

## 3 实验验证

### 3.1 算例一

首先, 验证 2.2 所述欠定方程模型的有效性(尚不引入分步迭代策略), 分别考察一单频率信号和一双频

率循环拼接信号。

### ①单频率信号

依据 CW 雷达测速系统中频信号的基本规律,构造一幅值为 3、频率 1kHz 的单频率信号,以 20kHz 作为采样频率对其采样,分别考察无噪声时整周期截断(采样 100 点,记作 S1)、非整周期截断(采样 105 点,记作 S2)以及含噪(SNR = 6dB)非整周期截断(采样 105 点,记作 S3)三种情况下,应用欠定方程模型计算 1000 次的出错率(即:出错次数/测试总次数)随抽取行数变化情况,结果如图 2 所示。

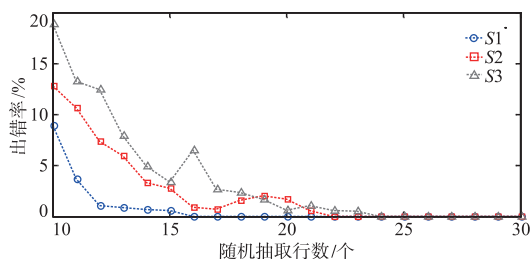


图2 单频信号测试1000次结果(出错率随抽取行数变化图)

由图 2 可见,无噪声整周期截断、非整周期截断以及含噪声非整周期截断三种情况下,当抽取比例(傅里叶反变换基的抽取行数与总行数比)分别达到 16% (16/100)、20.95% (22/105)、22.86% (24/105) 时,欠定方程计算模型可准确捕获所构造的单频信号真实频率。

### ②两不同频率信号循环拼接

依照三角波调制下 FMCW 雷达中频信号的基本规律,构造一个在两不同频率(5.5kHz、7kHz)之间循环(循环周期 = 2ms)的信号,以 50kHz 对其采样,考查算法的出错率(只要两个频点有一个未找准就算出错)随抽取行数变化情况(测试 1000 次,采样点数 500 点),结果如图 3 所示。

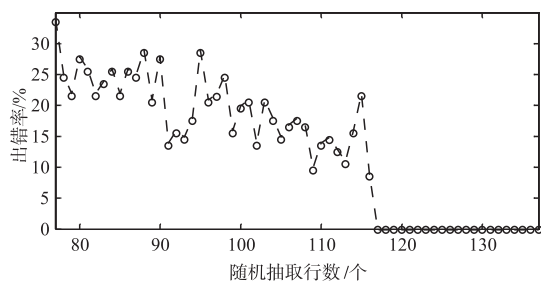


图3 双频循环拼接信号测试1000次结果(出错率随抽取行数变化图)

由图 3 可见,当抽取比例达到 23.4% (117/500) 时,欠定方程计算模型可准确捕获所构造双频率拼接信号的两处峰值频点。

## 3.2 算例二

3.1 中算例主要验证了欠定方程计算模型的可行

性,本节引入分步迭代策略。

仿照发射频率为 24.15GHz 的 CW 雷达测速系统中频信号,构造如下仿真算例:假设目标的移动速度为 73.8km/h(即 20.5m/s)且在 0.01s 内保持匀速,则根据中频信号频率与目标速度的关系( $v = (c \cdot f_d) / (2f_0)$ ),构造一频率为 3300.5Hz、信噪比 6dB 的测试信号,以 20kHz 对其采样,采样序列总长度即为  $0.01 \times 20000 = 200$  点。取该信号前 64 点作 FFT 粗测,抽取比例为 30% 时算法的计算误差(定义为:(计算结果-3300.5)/ $3300.5 \times 100\%$ )随采样点数变化情况如图 4 所示。

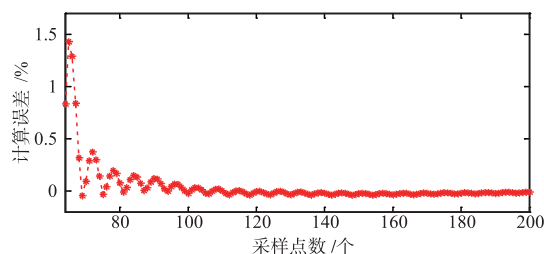


图4 捕捉仿CW雷达测试信号峰值频率时的计算误差随采样点数变化曲线图

由图 4 可见,随着采样点数的逐渐增多,本文所述算法的计算结果可稳定的迭代收敛于信号真实峰值频率值。

依据 2.3,算法在各迭代步的运算量(乘法次数)如表 1 所示(从 FFT 粗测开始统计)。

表 1 算法计算仿 CW 雷达测试信号峰值频率的运算量统计

采样点数	64	65	...	128	129	...	200
运算量	384	61	...	117	119	...	183

以 CZT 作为目前常用技术的代表,比较本文所提算法与 CZT(细化倍数 = 128)的总运算量和计算精度,结果如表 2 所示(以总采样点数取 128 点时为例)。

表 2 本文算法与 CZT 求解结果比较(采样点数 = 128)

方法		总运算量	计算误差
Chirp Z		4625	0.0391
本文算法	每向后多采 2 点迭代更新一次	3177	$6.1529 \times 10^{-4}$
	每向后多采 4 点迭代更新一次	1796	$2.7513 \times 10^{-3}$
	每向后多采 8 点迭代更新一次	1113	0.008

为考察本算法的抗噪声能力,降低本算例信号的信噪比,并与 CZT 算法做比较。《机动车测速仪》(GB/T21255-2007)国家标准要求测速装置的测量误差为 -6km/h 至 0km/h,换算成本算例中的计算误差即为小于 8.13%,以此为阈值,统计算法在不同信噪比下的计算误差,结果如图 5 所示。

由图 5 可见,当信噪比等于 -2dB、采样点数大于

170 时,本算法测量误差始终低于误差阈值.这是由于本算法粗估计时需要采用 FFT 得到粗略的频谱范围,而且粗测时点数较小,相对应的频谱间隔较大,若信噪比偏小,信号被噪声淹没,FFT 的结果易出现偏差.可通过去噪算法对时域信号的降噪处理,保证本算法快速准确的输出结果.

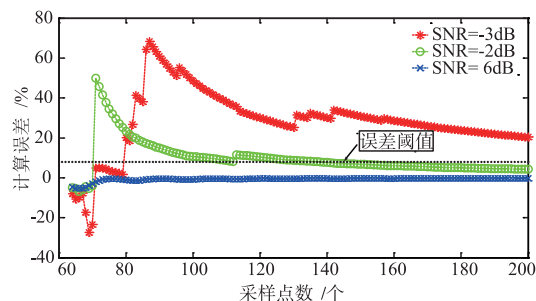


图5 不同信噪比下应用本文算法捕捉单频信号峰值频率的计算误差随采样点数变化图

图6是本算法与CZT算法在不同信噪比时的比较结果图. CZT算法采样128点,进行FFT运算,得出插值的频率范围,具体确定范围的方法为:取频谱中第二高的频率点作为插值的终点,取频谱中取第三高的频率点作为插值的起点,在该范围内插入128点,最后取插入后频谱中的最大值;本算法粗估计时采用64点FFT,固定抽取总行数的30%,在向后采样至128点时输出结果.

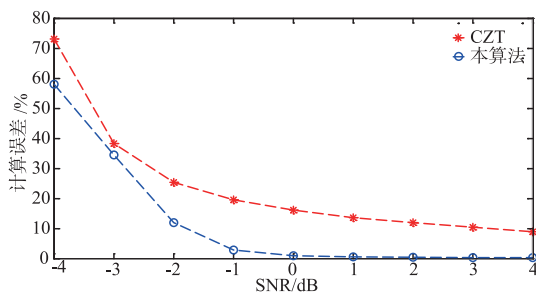


图6 本文所提算法与CZT的抗噪声性能比较

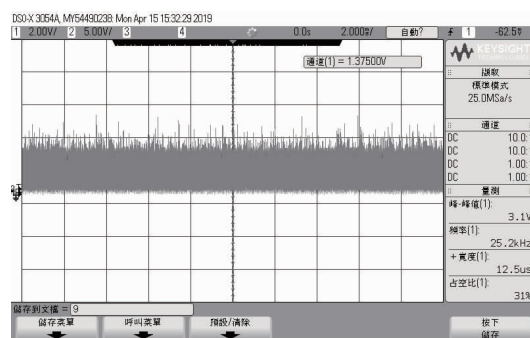
由图6可见,当信噪比小于0dB时,两算法的误差均偏大;当信噪比大于0dB时,本算法的计算精度明显高于CZT.

### 3.3 算例三

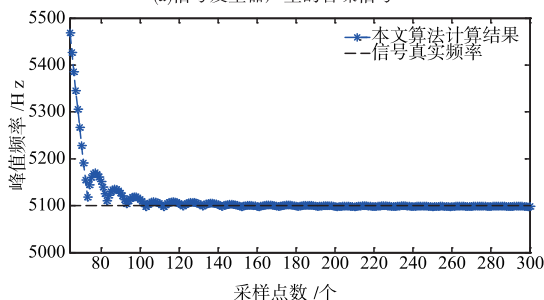
为考查本算法对实际信号的处理能力,选用RIGOLDG1022U信号发生器发出两路信号:一路产生频率5.1kHz振幅3V的正弦波,另一路产生振幅为3V的噪声,叠加后含噪信号的信噪比为0dB;将信号送至KEY-SIGHT DSO-X 3054A示波器显示,如图7(a)所示.

使用STM32F407微处理器进行A/D采样(采样频率为41kHz),应用本文算法计算该信号的峰值频率,其中FFT粗测点数为64点,抽取比例仍取30%.计算结

果随采样点数的变化情况如图7(b)所示.



(a)信号发生器产生的含噪信号



(b)实际信号峰值频率计算结果

图7 信号发生器产生的含噪信号

由图7(b)可见,随着采样长度的增加,本算法的计算结果快速逼近5.1kHz,当采样点数大于150时,计算误差小于0.1%.

## 4 结论

为高效提取连续毫米波雷达系统后端中频信号的峰值频率信息,实现对目标速度、距离的快速准确测量,本文提出一种基于欠定方程的频谱峰值搜索算法.该算法在FFT粗测确定频率范围后,通过向后采样、构建欠定方程、比较内积投影的迭代运算,以低计算复杂度实现对中频信号的频谱峰值频点的快速捕捉.

## 参考文献

- [1] GENG S Y, JARMO K, ZHAO X W, PERTTI V. Millimeter wave propagation channel characterization for short range wireless communications [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2009, 58(1): 3-13.
- [2] 朱菊蕾. 车载毫米波雷达信号处理算法的研究[D]. 四川:电子科技大学, 2018.  
ZHU Ju-lei. Research on Vehicle-mounted Millimeter-Wave Radar Signal Processing Algorithm [D]. Sichuan: University of Electronic Science and Technology of China, 2018. (in Chinese)
- [3] 李勇, 李跃华, 刘欣. 毫米波调频系统差频频谱细化算法改进[J]. 微波学报, 2015, 31(S2): 212-216.  
LI Yong, LI Yue-hua, LIU Xin. Improved algorithm of

- spectrum zooming for beat frequency estimation in MMW FM system[J]. *Journal of Microwaves*, 2015, 31(S2): 212–216. (in Chinese)
- [4] ZHIYAO D, BRYAN P, ZHANG C S. Multiple fundamental frequency estimation by modeling spectral peaks and non-peak regions [J]. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2010, 18(8): 2121–2133.
- [5] 马可, 张远安, 张开生. CZT 和 ZFFT 频谱细化性能分析及 FPGA 实现[J]. *计算机测量与控制*, 2016, 24(2): 288–289.  
MA Ke, ZHANG Yuan-an, ZHANG Kai-sheng. Performance analysis for CZT and ZFFT spectrum zoom and its FPGA realization [J]. *Computer Measurement & Control*, 2016, 24(2): 288–289. (in Chinese)
- [6] CHENG M, QIAN Z, JIE Q, XIE W L, et al. Fast spectrum analysis for an OFDR using the FFT and SCZT combination approach [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2016, 28(6): 657–660.
- [7] 魏晓会, 谢锡海. 一种基于二分法和 SDFT 的 FMCW 雷达高精度测距方法[J]. *现代电子技术*, 2018, 41(7): 8–11.  
WEI Xiao-hui, XIE Xi-hai. A dichotomy and SDFT based high-precision range-finding method of FMCW rada [J]. *Modern Electronics Technique*, 2018, 41(7): 8–11. (in Chinese)
- [8] XIANG J Z, SHEN Q, CUI W. A novel single tone frequency estimation by interpolation using DFT samples with zero-padding [A]. *13th International Conference on Signal Processing (ICSP)* [C]. New Jersey: IEEE Press, 2016. 277–281.
- [9] ZHANG J, YAN C H, et al. Accurate measurement of bone mineral density using clinical CT imaging with single energy beam spectral intensity correction [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2010, 29(7): 1382–1389.
- [10] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [11] YANG Y Y, QIN X X, WU B Y. Fast and accurate compressed sensing model in magnetic resonance imaging with median filter and split Bregman method [J]. *IET Image Processing*, 2019, 13(1): 1–8.
- [12] CANDÈS E J, et al. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489–509.
- [13] BAJWA W U, HAUPT J D, RAZ G M, et al. Toeplitz-structured compressed sensing matrices [A]. *Proceedings of the 2007 IEEE/SP 14th Workshop on Statistical Signal Processing* [C]. Washington, D C: IEEE Computer Society, 2007. 294–298.
- [14] 王强, 李佳, 沈毅. 压缩感知中确定性测量矩阵构造算法综述 [J]. *电子学报*, 2013, 41(10): 2041–2050.  
WANG Q, LI J, SHEN Y. A survey on deterministic measurement matrix construction algorithms in compressive sensing [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(10): 2041–2050. (in Chinese)
- [15] E Candès, T Tao. Near optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(12): 5406–5425.
- [16] AMEY KULKARNI, TINOOSH MOHSENIN. Low overhead architectures for OMP compressive sensing reconstruction algorithm [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2017, 64(6): 1468–1480.
- [17] JOEL A, TROPP, ANNA C, GILBERT. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655–4666.

#### 作者简介



**陈兵兵** 男, 1986 年 12 月出生于安徽省安庆市. 现为合肥师范学院电子与电气工程学院专任教师. 主要研究方向为雷达信号处理等.  
E-mail: zcbb\_2011@163.com

**曹欣远 (通信作者)** 男, 1983 年 2 月出生于安徽省合肥市. 现为合肥师范学院专任教师, 从事数字信号处理方面的研究工作.  
E-mail: xycaoBL@163.com

**陈明生** 男, 1981 年 10 月出生于安徽省芜湖市. 博士生导师. 主要研究方向为压缩感知理论及其应用.  
E-mail: chenms@ustc.edu.cn